

Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	12
Тема	Решение уравнения с отбором корней
Уровень сложности	Повышенный

В качестве задания № 12 профильного ЕГЭ по математике наиболее часто предлагаются тригонометрические уравнения с выбором ответов или уравнения, к ним сводящиеся. Пункт *а* данного задания предполагает развёрнутое решение предложенного уравнения, а пункт *б* – выбор из полученных серий корней те значения, которые принадлежат заданному в условии промежутку.

Основная стратегия решения уравнения состоит в сведении его к простейшему или совокупности простейших уравнений с использованием изученных преобразований, алгоритмов и методов. Для решения тригонометрических уравнений большое значение имеет знание формул. Справочные материалы КИМ ЕГЭ включают только 5 формул. Остальные нужно **выучить или уметь выводить!**

Пример 1. а) Решите уравнение:  $\sin 2x + \sqrt{3} \cdot \sin x = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $(-\pi; \frac{\pi}{2})$ .

Решение:

а)  $2\sin x \cdot \cos x + \sqrt{3} \cdot \sin x = 0$ ;

$\sin x(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$ . Полученное уравнение распадается на два простейших:  $\sin x = 0$  и  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ . Получим серии решений:  $x_1 = \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;  $x_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$ ;  $x_3 = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}$ . Их можно объединить:  $x_1 = \pi n, n \in \mathbb{Z}$ ;  $x_2 = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}$ . Заметим, что серии корней могут быть записаны с использованием любого другого базового угла.

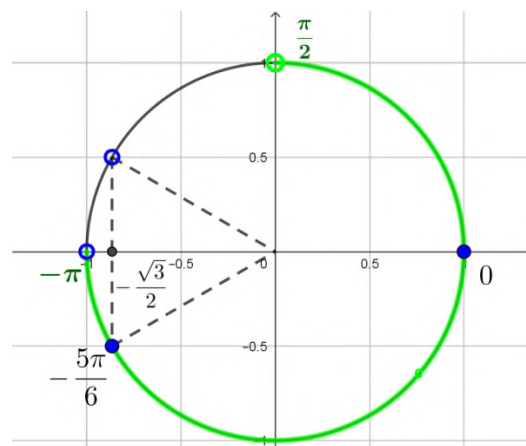


Рис. 1 для пункта б

### Важно помнить!

1. Поскольку задание № 12 относится к заданиям с развёрнутым ответом, то не только пункт а), но и пункт б) предполагает обоснованный отбор корней, принадлежащих заданному в условии промежутку. Если отбор проводится с использованием тригонометрической окружности (рис. 1), то на ней должны быть изображены: 1) дуга, соответствующая заданному промежутку, с указанием концов; 2) на дуге отмечены точки, соответствующие найденным в пункте а) сериям корней; 3) указаны **те и только те** значения этих точек, которые принадлежат промежутку.

2. Если отбор корней, принадлежащих промежутку, производится решением неравенств в целых числах, то необходимо представить пограничные значения с помощью целых чисел, десятичных дробей или смешанных чисел, чтобы не ошибиться с отбором целых чисел, принадлежащих промежутку. Не забудьте найти значения переменной, соответствующие отобраным значениям параметров.

3. При отборе по числовой прямой и перебором необходимо не только указать все значения переменной, принадлежащие промежутку, но и показать, что при подстановке предыдущих и последующих значений параметра получаются значения, выходящие за границы промежутка.

4. Если тригонометрическое уравнение получено в результате преобразования уравнения, имеющего ограниченную область допустимых значений (ОДЗ), то необходим дополнительный отбор корней (серий корней), входящих в эту область.